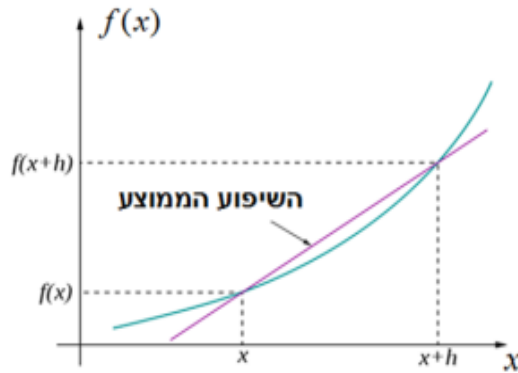


פרק 2- הנגזרת

2.1 הקדמה:

נגזרת של פונקציה בעלת משתנה אחד מלמדת אותנו כיצד משתנה הפונקציה כשמשנים את ערך המשתנה בכמות אינטיפיסימלית (קטנה מאוד). בנוסף, ערך הנגזרת בנקודה מסוימת הוא ערך השיפוע של הקו המשיק לפונקציה באותה נקודה. לעיתים הנגזרת מוגדרת כקצב השינוי של הפונקציה.



$$f'(x) \quad f' \quad \frac{df}{dx}$$

מספר סימונים שימושיים:

$$f''(x) \quad f'' \quad \frac{d^2 f}{dx^2}$$

עבור נגזרות מסדר שני:

כאשר נגזור פונקציה התלויה בזמן $f(t)$ נסמן את הנגזרת על ידי נקודה מעל האות f , \dot{f} , \ddot{f} עבור נגזרת שנייה.

ניזכר בנגזרות הבסיסיות:

$$1. \frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$$

$$5. \frac{d}{dx}(\operatorname{tg} x) = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$2. \frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x$$

$$6. \frac{d}{dx}(\operatorname{cot} x) = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

$$3. \frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x$$

$$7. \frac{d}{dx}(\ln x) = \frac{1}{x}$$

$$4. \frac{d}{dx}(\sqrt{x}) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$8. \frac{d}{dx}(e^x) = e^x$$

כללי גזירה:

$$1. (f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$$

נגזרת סכום של פונקציות

$$2. (c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$$

נגזרת של פונקציה כפול קבוע

$$3. (f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + g'(x) \cdot f(x)$$

נגזרת מכפלה

$$4. \left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - g'(x) \cdot f(x)}{g^2(x)}$$

נגזרת מנה

$$5. f(g(x))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

נגזרת מורכבת

נגזרות נוספות:

$$1. \frac{d}{dx}(\arcsin x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$2. \frac{d}{dx}(\arccos x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$3. \frac{d}{dx}(\arctg x) = \frac{1}{1+x^2}$$

$$4. \frac{d}{dx}(\log_a x) = \frac{1}{x} \log_a e$$

$$5. \frac{d}{dx}(a^x) = a^x \ln a$$

נגזרות מסדר גבוה:

כאשר נתבקש לגזור נגזרות שניות או מסדר גבוה יותר, נגזור מספר פעמים כסדר הנגזרת.

$f = x^2$	\rightarrow	$f' = 2x$	\rightarrow	$f'' = 2$	למשל-
$f = e^x$	\rightarrow	$f' = e^x$	\rightarrow	$f'' = e^x$	
$f = \sin x$	\rightarrow	$f' = \cos x$	\rightarrow	$f'' = -\sin x$	