

# פרק 4- מבוא לקינמטיקה (וקטורים) והשימוש בנגזרת

## גזירה של וקטורים

גזור את הווקטורים הבאים:

$$1. \vec{F} = (\sin x + 5x + \ln x)\hat{x} + (2x^2)\hat{y}$$

$$2. \vec{F} = (3x^2 + \arcsin(1+x^2))\hat{x} + (20x \cdot e^x)\hat{y}$$

$$3. \vec{F} = (x^4 - 3x)\hat{x} + (\sqrt{1-x})\hat{y}$$

אדם מושך עם חבל מכונית בכוח:  $\vec{F} = (e^{-t}t^3)\hat{x} + (\ln(t) \cdot \sin(t))\hat{y}$   
א. נסו לחשוב-האם כוחו מתחזק או נחלש אם הזמן? הסבירו (אין צורך בתשובה מדויקת/הוכחה)  
ב. כיצד משתנה כוחו כפונקציה של הזמן?

## קינמטיקה

1. לכל אחד מהביטויים למיקום של גוף:

$$(1) x = 4t^2 + 5t + 7$$

$$(2) x = A \sin(5t + \beta)$$

$$(3) x = B \cos(\alpha t)$$

כאשר  $\alpha$  היא קבוע

- א. מהו הביטוי הכללי של  $v(t)$  ושל  $a(t)$  ?  
ב. מהו הערך של  $x_0, v_0, a_0$  ?  
ג. מצא את מהירות ותאוצת הגוף לאחר 4 ו-12 שניות.  
ד. בסעיף (1) כיצד נראים הגרפים של המיקום, המהירות והתאוצה כפונקציה של הזמן?

2. אם העתקו של גוף (הנמדד ב-m) נתון בביטוי:  $x = 5t^2 + 6t + 2$   
א. מהי מהירות הגוף לאחר 5sec של תנועה?  
ב. מהי מהירותו הממוצעת ב-10 השניות הראשונות של התנועה?

3. נוסחת המיקום של גוף כפונקציה של הזמן היא:  $x = 4t^3 - 5t^2 + 6t - 3$   
א. מהו הביטוי למהירות והתאוצה כפונקציה של הזמן?  
ב. מהי התאוצה והמהירות בתחילה התנועה?  
ג. מהו סוג התנועה?

4. מכונית מגיעה ממנוחה למהירות  $5m \setminus sec$  תוך 4sec בתאוצה קבועה, בקו ישר. המכונית ממשיכה אחר כך להאיץ באותה התאוצה.

- א. מהי תאוצת המכונית?  
ב. מהי מהירות המכונית שניה אחת לאחר תחילת התנועה?  
ג. מהו ההעתק של המכונית בשתי השניות הראשונות של התנועה?  
ד. תוך כמה זמן תגיע המכונית למהירות של  $10m \setminus sec$  ?  
ה. תוך כמה זמן תגיע המכונית למרחק של 50m מנקודת המוצא?  
ו. מה תהיה מהירות המכונית כשתהיה 100m מנקודת המוצא?

5. מכונית מגיעה למהירותה המקסימלית של  $140km \setminus hr$  לאחר שעברה ממנוחה מרחק של 200m בתאוצה קבועה.

- א. מהי תאוצת המכונית?  
ב. תוך כמה זמן הגיעה המכונית למהירותה המקסימלית?

6. אופנוע הנע בקו ישר, מגיע ממהירות  $180 \text{ km/hr}$  לעצירה תוך  $10 \text{ sec}$ .  
 א. מהי תאוצת האופנוע?  
 ב. מהו המרחק שעבר האופנוע בזמן העצירה?  
 ג. כיצד נראה גרף המהירות כפונקציה של הזמן, של תהליך העצירה?
7. מכונית המתחילה את תנועתה ממנוחה, מאיצה במשך  $10 \text{ sec}$  בתאוצה קבועה של  $2 \text{ m/sec}^2$ . אחר כך ממשיכה לנוע ללא תאוצה במשך  $20 \text{ sec}$  נוספות, ולבסוף מאיטה תוך  $5 \text{ sec}$  עד לעצירה.  
 א. מהי מהירות המכונית לאחר הקטע הראשון של התנועה?  
 ב. מהי תאוצת המכונית בקטע התנועה השלישי?  
 ג. מהו ההעתק הכללי של המכונית?  
 ד. כיצד נראה גרף התאוצה כפונקציה של הזמן?  
 ה. כיצד נראה גרף המהירות כפונקציה של הזמן?
8. נהג מכונית הנעה במהירות  $90 \text{ km/hr}$  מבחין במכשול נייד במרחק  $150 \text{ m}$  ממנו. זמן התגובה של הנהג הוא  $0.8 \text{ sec}$ .  
 א. מהי התאוצה שתגרום למכונית להיעצר בדיוק לפני המכשול?  
 ב. מהו זמן ההאטה?  
 ג. כיצד נראה גרף התאוצה כפונקציה של הזמן, מן הרגע בו הבחין הנהג בסכנה ועד שנעצר?  
 ד. כיצד נראה גרף המהירות כפונקציה של הזמן, מן הרגע בו הבחין הנהג בסכנה ועד שנעצר?
9. רכב נוסע לכיוון צפון במהירות  $60 \text{ km/hr}$ . הוא מתחיל מתל אביב ( $x = 0$ ) בזמן  $t = 0$ . לאחר מחצית השעה הוא מתחיל להאט בתאוצה קבועה  $a = -1800 \text{ km/hr}^2$ , עד לעצירתו.  
 א. מצאו את מיקום הרכב לאחר  $10$  דקות,  $30$  דקות,  $31$  דקות.  
 ב. היכן עצר הרכב?  
 ג. מהי המהירות הממוצעת של הרכב מרגע יציאתו ועד לרגע עצירתו?  
 ד. ציירו גרפים של מקום הרכב ומהירותו כפונקציה של הזמן.
10. כדור נזרק כלפי מעלה במהירות  $19.6 \text{ m/sec}$  מגובה שני מטרים מעל הקרקע. הכדור נע בתאוצת הכובד  $g = 9.8 \text{ m/sec}^2$ .  
 א. מצאו את מקום הכדור ואת מהירותו שנייה אחת לאחר זריקתו.  
 ב. מצאו את הגובה המקסימלי שהכדור יגיע אליו, ואת הזמן בו יגיע לשיא הגובה.  
 ג. בתוך כמה זמן יחזור הכדור לגובהו ההתחלתי?  
 ד. מה תהיה מהירותו כשיפגע בקרקע?
11. וקטור המהירות של גוף הוא:  $\vec{v} = (e^t \cos t + 3t)\hat{x} - At^2\hat{y}$   
 מצאו את נגזרת הוקטור לפי הזמן ונסו לחשוב- מה משמעותו של שינוי המהירות בזמן? ונסו להעריך- איך נראה מסלול של גוף שנע כך? (אין צורך בתשובה חישובית/גרפית)
12. מסלולו של זבוב נתון ע"י:  $\vec{r} = (e^t \sin t)\hat{x} + t\hat{y}$   
 א. נסו לחשוב איך נראה מסלול התעופה של הזבוב? (אין צורך בתשובה חישובית/גרפית)  
 ב. מצאו את מהירות ותאוצת הזבוב כפונקציה של הזמן.
13. כדור נזרק כלפי מעלה במהירות של  $40 \frac{m}{s}$ .  
 א. מהי מהירות הכדור בשיא הגובה?  
 ב. מהו שיא הגובה?  
 ג. תוך כמה זמן מרגע הזריקה יחזור הכדור לגובה הזריקה?
14. כדור עופרת מופל לתוך אגם מגובה  $3 \text{ m}$  ומיד עם כניסתו למים הופכת מהירות פגיעתו למהירות קבועה. הכדור פוגע בקרקעית האגם לאחר  $4$  שניות של תנועה במים. מהו עומק האגם?
15. לרובה אורך קנה של  $80 \text{ cm}$ , קליע מקבל בקנה תאוצה קבועה של  $4000 \frac{m}{s^2}$ . מהו שיא הגובה של תנועת הקליע, ביחס לקצה הקנה ממנו יוצא הקליע, אם הקנה מכוון ישירות מעלה ותאוצת הכובד בתוך הקנה זניחה?

16. נהג מכונית נוסע בכביש בינעירוני במהירות  $90 \frac{km}{hr}$ . עקב עבודות בכביש הוא מתבקש להאט את מהירותו למהירות  $45 \frac{km}{hr}$  בה הוא נוסע לאורך  $5km$ . תאוצת ותאטת הרכב-  $2 \frac{m}{s^2}$ . כמה זמן הפסיד הנהג עקב העבודות בכביש?