פרק 9- תנע ואנרגיה

חוק שימור התנע הקווי:

1.

$$m_1 = 200gr = 0.2kg, v_1 = 5\frac{m}{s}, m_2 = 100gr = 0.1kg, v_2 = 0$$

$$m_1v_1 + m_2v_2 = (m_1 + m_2)u$$

$$0.2 \cdot 5 + 0.1 \cdot 0 = (0.2 + 0.1)u$$

$$u = 3.33\frac{m}{s}$$

2.

$$m_1 = 0.005kg, v_1 = 400\frac{m}{s}, m_2 = 5kg, v_2 = -2\frac{m}{s}$$

$$m_1v_1 + m_2v_2 = (m_1 + m_2)u$$

$$0.005 \cdot 400 - 2 \cdot 5 = (5 + 0.005)u$$

$$u = -1.6\frac{m}{s}$$

3.

$$m \cdot v = 2m \cdot u$$

$$u = \frac{v}{2}$$

4.

$$m_1 = 0.005kg, v_1 = 300\frac{m}{s}, m_2 = 2kg, v_2 = 0, u_1 = 100\frac{m}{s}$$

$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1u_1 + m_2u_2$$

$$0.005 \cdot 300 = 0.005 \cdot 100 + 2u_2$$

$$u_2 = 0.5\frac{m}{s}$$

5.

$$m_1 = 0.012kg, m_2 = 3.2kg, u_1 = 800\frac{m}{s}$$

$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1u_1 + m_2u_2$$

$$0 = 0.012 \cdot 800 + 3.2u_2$$

$$u_2 = -3\frac{m}{s}$$

.6

$$m_1 = 0.01kg, v_1 = 1000\frac{m}{s}, m_2 = 70kg, v_2 = 0$$
$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1u_1 + m_2u_2$$
$$0.01\cdot 1000 = 70u$$
$$u = \frac{1}{7}\frac{m}{s}$$

.7

$$m_1 = 0.5kg, m_2 = 1.5kg, u_1 = 5\frac{m}{s}$$
$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1u_1 + m_2u_2$$
$$0 = 0.5\cdot 5 + 1.5u_2$$
$$u_2 = -1.66\frac{m}{s}$$

.8

$$m_1 = 2kg, v_1 = 4\frac{m}{s}, m_2 = 1.2kg, m_3 = 0.8kg$$
$$(1) 2\cdot 4 = 0.8\cdot u \Rightarrow u = 10\frac{m}{s}$$
$$(2) 2\cdot 4 = 1.2\cdot 6 + 0.8\cdot u \Rightarrow u = 1\frac{m}{s}$$
$$(3) 2\cdot 4 = -3\cdot 1.2 + 0.8\cdot u \Rightarrow u = 14.5\frac{m}{s}$$

9. מצב ראשון: התנועה בציר X בלבד ואין בו כוחות חיצוניים ולכן מתקיים שימור תנע.

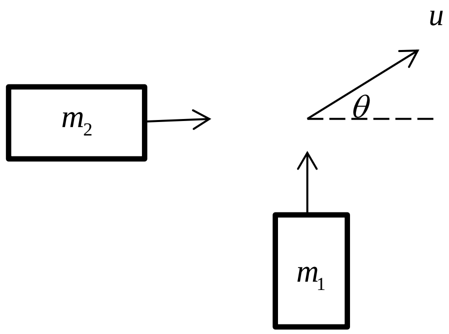
$$p_i = 0, p_f = M\cdot v + mv'$$
$$\sum \bar{F}_{ext} = 0 \Rightarrow p_i = p_f$$
$$0 = 250\cdot v + 25\cdot 100$$
$$v = -10\frac{m}{s}\hat{x}$$

מצב שני: על ציר X עדיין יש שימור תנע כי אין כוחות חיצוניים. על ציר Y אין שימור מכיוון שפועל כוח הכבידה. נכתוב את השימור עבור ציר X:

$$p_{i,x}=0, p_{f,x}=M\cdot v_x+m\cdot v'_x$$
$$\sum F_x=0\Rightarrow p_{i,x}=p_{f,x}$$
$$v'_x=100\cdot\cos 30^\circ=50\sqrt{3}$$
$$0=250v_x+25\cdot 50\sqrt{3}$$
$$v_x=-8.66\frac{m}{s}\hat{x}\Rightarrow\frac{v_x}{|\vec{v}|}\cos 30^\circ\Rightarrow|\vec{v}|=10\frac{m}{s}$$
$$v_y=\sqrt{v^2-v_x^2}=5\frac{m}{s}$$
$$\vec{v}=-8.66\hat{x}-5\hat{y}$$

הערה: את הכיוונים של הרכיבים נבחר על פי ההיגיון הפיזיקלי של הבעיה. ניתן היה גם למצוא מתוך הטריגונומטריה כאשר לא משתמשים בערך המוחלט.

.10



$$v_{1,x}=0, v_{2,x}=80\frac{km}{hr}=22.22\frac{m}{s}$$
$$v_{2,y}=0 v_{1,y}=90\frac{km}{hr}=25\frac{m}{s}$$
$$v_{2,x}\cdot m_2=(m_1+m_2)u_x$$
$$22.22\cdot 400=(400+600)u_x$$
$$u_x=8.88\frac{m}{s}$$
$$v_{1,y}\cdot m_1=(m_1+m_2)u_y$$
$$25\cdot 600=(400+600)u_y$$
$$u_y=15\frac{m}{s}$$
$$|\vec{u}|=\sqrt{u_x^2+u_y^2}=17.43\frac{m}{s}$$
$$tg\theta=\frac{u_y}{u_x}=1.68\Rightarrow\theta=arctg(1.68)=59.37^\circ$$

11. נפתור בשתי צורות- בעזרת קינמטיקה ובעזרת שימוש במתקף:

$$m=50kg, h=0.8m, F=mg, v_f=0$$
$$(1)0=v_0-gt$$
$$0.8=0+v_0t-\frac{gt^2}{2}=\frac{gt^2}{2}$$
$$t=0.4s\Rightarrow v_0=3.96\frac{m}{s}$$
$$(2)\Delta p=F\Delta t=mg\cdot 0.4=196N\cdot s=\vec{I}$$
$$p_f=0\Rightarrow p_i=mv_0=196$$

חוק שימור האנרגיה:

1. א. $E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{5(10)^2}{2} = 250J$

ב. $v = 0, E_k = 0$

2. א. $h = 0 \Rightarrow U_p = mgh = 0$

ב. $h = 60m \Rightarrow U_p = 5 \cdot 60 \cdot 9.8 = 2940J$

ג. $\Delta U = U_f - U_i = 2940J$

ד. (א) $h = 40m \Rightarrow U_p = mgh = 5 \cdot 9.8 \cdot 40 = 1960J$ (ב) $h = 100m \Rightarrow U_p = 5 \cdot 100 \cdot 9.8 = 4900J$

(ג) $\Delta U = U_f - U_i = 2940J$ ההפרש הוא הגודל הפיזיקלי. אנרגיה בנקודה היא תלוית נקודת ייחוס, ההפרש לא.

3. א.

$$v_0 = 20\frac{m}{s}, E_i = \frac{mv^2}{2} = \frac{m \cdot 20^2}{2}$$
$$v = 0, E_f = mgh$$
$$mgh = 200m \Rightarrow h = 20.4m$$

ב.

$$E_i = 200m, E_f = \frac{m \cdot 10^2}{2} + mgh$$
$$200m = 50m + mgh$$
$$h = 15.3m$$

4. א.

$$\left.\begin{array}{l} E_k = \frac{1 \cdot 20^2}{2} = 200J \\ U_p = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow E_T = 200J$$

ב. יש שימור אנרגיה ולכן סך האנרגיה לא משתנה:

$$E_T = 200J$$
$$U_p = 1 \cdot 9.8 \cdot 5 = 151J \Rightarrow E_K = 200J - 151J = 49J$$

ג. המהירות בשיא הגובה מתאפסת ועדיין יש שימור אנרגיה:

$$E_k = 0$$
$$E_T = 200J \Rightarrow U_p = 200J - 0J = 200J$$

ד. בשיא הגובה המהירות היא 0 , אם שם בחרנו להגדיר את הגובה כ-0, אז סך האנרגיה הטוטלית היא 0. בהתאם היו משתנות התשובות:

(א) $E_T = 0J \Leftarrow \left.\begin{aligned} E_k &= \frac{1\cdot 20^2}{2} = 200J \\ U_p &= -200J \end{aligned}\right\}$

(ב)

$$E_T = 0J$$
$$U_p = 1\cdot 9.8\cdot 5 = 151J \Rightarrow E_K = 0J - 151J = -151J$$

(ג)

$$E_k = 0$$
$$E_T = 0J \Rightarrow U_p = 0J - 0J = 0J$$

5. $W = F\cdot\cos\alpha\cdot\Delta x = 700\cdot\cos(20^\circ)\cdot 20 = 13155J$

6.

$$v = 50\frac{km}{hr} = 13.88\frac{m}{s}$$

$$\left.\begin{aligned} E_k &= \frac{m(13.88)^2}{2} \\ E_k &= E_p = mgh \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{m(13.88)^2}{2} = m\cdot 9.8\cdot h$$

$$h = 9.84m$$

7.

$$E_i = mgh = 60\cdot 9.8\cdot 50 = 29400J$$
$$E_f = mgh + \frac{kx^2}{2} = 60\cdot 9.8\cdot 5 + \frac{k\cdot 25^2}{2} = 2940 + 312.5k$$
$$29400 = 2940 + 312.5k$$
$$k = 84.672\frac{N}{m}$$

8. האנרגיה שאובדת היא האנרגיה איתה מגיעה הגוש לקרקע, ומכיוון שיש שימור- האנרגיה הזו שווה לאנרגיה ההתחלתית:

$$E_i = \frac{mv^2}{2} + mgh = \frac{0.005\cdot 2^2}{2} + 0.005\cdot 9.8\cdot 1 = 0.059J$$

9. נפתור בשתי דרכים- לפי אנרגיות ועבודה ולפי קינמטיקה-

$$W = F\cdot\Delta x\cdot\cos\theta = 20\cdot 5\cdot\cos 0 = 100J$$
$$\Delta E = E_f - E_i = W$$

דרך א:

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = W$$
$$\frac{10v^2}{2} - \frac{104^2}{2} = 100$$
$$v = 6\frac{m}{s}$$

דרך ב:

$$a=\frac{F}{m}=\frac{20}{10}=2\frac{m}{s^2}$$

$$v_0=4\frac{m}{s},\Delta x=5m$$

$$5=4t+\frac{2t^2}{2}\Rightarrow t_{1,2}=-\cancel{5},1$$

$$v=4+2\cdot 1=6\frac{m}{s}$$

.10

$$E_i=\frac{mv_0^2}{2},E_f=mgh+\frac{mv^2}{2}$$

$$\frac{m\cdot 6^2}{2}=m\cdot 9.8\cdot 1+\frac{mv^2}{2}$$

$$v=4.04\frac{m}{s}$$

.11 א.

$$E_i=\frac{mv_0^2}{2}=\frac{2\cdot 2^2}{2}=4J$$

$$E_f=0\Rightarrow \Delta E=-4J$$

ב.

$$W=-\Delta E=4J$$

ג. גם את סעיף זה ניתן לפתור בשתי דרכים- לפי עבודה ואנרגיות ולפי קינמטיקה, הפעם נפתור לפי עבודה ואנרגיות.

$$W=F\cdot\Delta x\cdot\cos\theta$$

$$4J=2\cdot\Delta x\cdot\cos 0$$

$$\Delta x=2m$$

.12

$$E_i=mg\cdot 2R+\frac{k(2R)^2}{2}$$

$$E_f=\frac{mv_f^2}{2}$$

$$mg\cdot 2R+\frac{k(2R)^2}{2}=\frac{mv_f^2}{2}$$

$$v_f^2=4gR+\frac{4kR^2}{m}$$

$$v_f=\pm\sqrt{4gR+\frac{4kR^2}{m}}$$

13. במקרה זה יש שימור אנרגיה מכיוון ש- T הינו כוח שכיוונו מאונך לכיוון התנועה, לאורך כל התנועה.

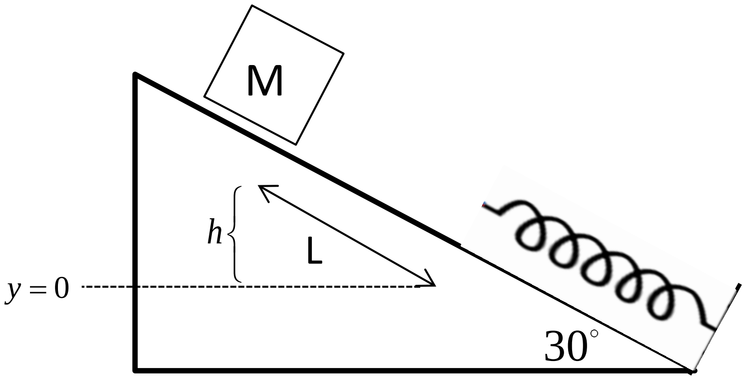
$$h = L - l\cos 45^\circ = L(1 - \frac{\sqrt{2}}{2})$$

$$E_i = mgh, E_f = \frac{mv^2}{2}$$

$$mgL(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}) = \frac{mv^2}{2}$$

$$v = \pm\sqrt{2gL(1 - \frac{\sqrt{2}}{2})}$$

14. מהירות המסה בעת הפגיעה בקפיץ:



$$\frac{h}{L} = \sin 30^\circ \Rightarrow h = 0.1m$$

$$\Delta E = W = f \cdot \Delta x \cdot \cos 0^\circ = \mu N \cdot L = 0.1 \cdot N \cdot 0.2$$

$$N = mg\cos\theta = 0.4 \cdot 9.8 \cdot \cos 30^\circ$$

$$W = 0.0678J$$

$$E_f - E_i = \frac{mv^2}{2} - mgh = -W$$

$$v = 1.27\frac{m}{s}$$

הכיווץ המקסימלי של הקפיץ- נסמן את הכיווץ ב-X, את גובה ה-0 נזיז כעת לנקודת הכיווץ המקסימלי:

$$E_i = mgh + \frac{mv^2}{2}, E_f = \frac{kx^2}{2}$$

$$\frac{h}{x} = \sin 30^\circ \Rightarrow h = x\sin 30^\circ$$

$$W = \mu \cdot N \cdot x = \mu \cdot mg\cos\theta \cdot x$$

$$\Delta E = W \Rightarrow 0.4 \cdot 9.8 \cdot \frac{x}{2} - \frac{0.4(1.27)^2}{2} - \frac{10x^2}{2} = 0.1 \cdot 0.4 \cdot 9.8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}x$$

$$0 = 5x^2 - 1.62x - 0.322 \Rightarrow x_{1,2} = 0.463m, \cancel{-0.139}$$

15. יש שימור תנע, אך לא שימור אנרגיה:

$$p_i = mv_0, p_f = 4m \cdot u \Rightarrow mv_0 = 4m \cdot u \Rightarrow u = \frac{v_0}{4}$$

$$E_i = \frac{mv_0^2}{2}, E_f = \frac{4mu^2}{2}$$

$$\Delta E = \frac{mv_0^2}{2} - \frac{4m(\frac{v_0}{4})^2}{2} = \frac{3}{8}mv_0^2 = \frac{3}{4}E_i$$

16. א. יש שימור תנע על ציר X:

$$p_i = Mv, p_f = (m+M)u$$

$$90 \cdot 10 = 100u \Rightarrow u = 9\frac{m}{s}\hat{x}$$

ב. יש שימור אנרגיה-

$$E_i = \frac{Mv^2}{2}, E_f = Mgh + \frac{(M+m)u^2}{2}$$

$$\frac{90 \cdot 10^2}{2} = 90 \cdot 9.8 \cdot h + \frac{100 \cdot 9^2}{2}$$

$$h = 0.51m$$

ג. נסתכל על שתי נקודות זמן- לפני העלייה לרמפה, ואחרי החזרה מטה:

$$E_i = \frac{Mv^2}{2}, E_f = \frac{Mv_M{}^2}{2} + \frac{mv_m{}^2}{2}$$

$$p_i = Mv, p_f = Mv_M + mv_m$$

$$Mv = Mv_M + mv_m$$

$$v_m = \frac{M(v - v_M)}{m}$$

$$\frac{Mv^2}{2} = \frac{Mv_M{}^2}{2} + \frac{mv_m{}^2}{2}$$

$$\frac{Mv^2}{2} = \frac{Mv_M{}^2}{2} + \frac{m\left(\frac{M(v-v_M)}{m}\right)^2}{2}$$

$$v_M = -8,10$$

אם מתחשבים בעובדה שלא בוזבזה אנרגיה אז המחליק יחזור במהירות 10, בדיוק לכיוון השני ואכן יוצא שמהירות הרמפה:

$$v_m = \frac{90(10+10)}{10} = 18\frac{m}{s}$$

17. נמצא את מהירות הכדור בפגיעתו ובהחזרתו על ידי שיקולי אנרגיה:

$$\left.\begin{aligned} E_i &= mgh \\ E_f &= \frac{mv^2}{2} \end{aligned}\right\} v = \sqrt{2gh} \approx 6\frac{m}{s}\hat{y}$$

מכיוון שאין איבוד אנרגיה, מהירות הפגיעה שווה בגודלה למהירות ההחזרה. ולכן שינוי התנע-

$$\Delta p = m(\vec{v}_f - \vec{v}_i) = 0.02(-6-6)\hat{y} = -0.24\hat{y}[N \cdot s]$$

$$\bar{\vec{F}} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{-0.24\hat{y}}{0.01} = -24\hat{y}[N]$$